

## FONKSİYONLARLA İLGİLİ PRATİK KURALLAR

### FONKSİYONLARDA ÖTELEME VE SİMETRİ

1.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmişken  $y = -f(x)$  in grafiği isteniyorsa;  $y = f(x)$  fonksiyonu üzerindeki  $A(x,y)$  noktası  $y = -f(x)$  üzerindeki  $A'(x,-y)$  noktası olduğundan,  $y = f(x)$  fonksiyonuna ait her noktanın  $x$  eksenine göre simetriği alınır.
2.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmişken  $y = f(-x)$  fonksiyonunun grafiği isteniyorsa;  $y = f(x)$  fonksiyonu üzerindeki  $A(x,y)$  noktası  $y = f(-x)$  üzerindeki  $A'(-x,y)$  noktası olduğundan  $y = f(x)$  fonksiyonuna ait her noktanın  $y$  eksenine göre simetriği alınır.
3.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmişken  $y = -f(-x)$  fonksiyonunun grafiği isteniyorsa;  $y = f(x)$  fonksiyonu üzerindeki  $A(x,y)$  noktası  $y = -f(-x)$  üzerindeki  $A'(-x,-y)$  noktası olduğundan  $y = f(x)$  fonksiyonuna ait her noktanın orijine göre simetriği alınır.
4.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmişken  $y = f(x)+k$  fonksiyonunun grafiği isteniyorsa;
  - I)  $k > 0$  ise  $y = f(x)$  fonksiyonunun her noktası  $y$  ekseninin pozitif yönünde  $k$  birim yukarı doğru ötelenir.
  - II)  $k < 0$  ise  $y = f(x)$  fonksiyonunun her noktası  $y$  ekseninin negatif yönünde  $k$  birim aşağı doğru ötelenir.
5.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmişken  $y = f(x+k)$  fonksiyonunun grafiği isteniyorsa;

- I)  $x+k=0 \Rightarrow x=-k > 0$  ise  $y = f(x)$  fonksiyonunun her noktası  $x$  ekseninin pozitif yönünde  $k$  birim sağa doğru ötelenir.
  - II)  $x+k=0 \Rightarrow x=-k < 0$  ise  $y = f(x)$  fonksiyonunun her noktası  $x$  ekseninin negatif yönünde  $k$  birim sola doğru ötelenir.
6.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmişken  $y = f(|x|)$  grafiği isteniyorsa,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin  $y$  ekseninin sağında kalan kısmı aynen kalır. Bu kısmın  $y$  eksenine göre simetriği alınır.

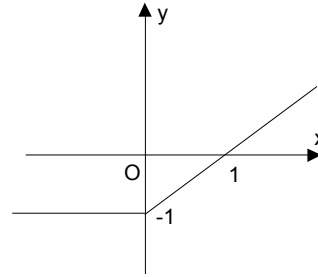
Ör.

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & , x \geq 0 \text{ ise} \\ -1 & , x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre  $y = f(x+1)$  in grafiği nedir?

Çözüm:

$y = f(x)$  in grafiği aşağıdaki gibi olur.

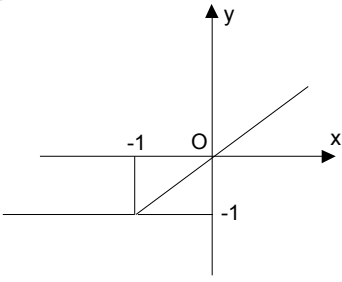


$y = f(x+1)$  in grafiği için  $x$  yerine  $x+1$  yazılırsa

$$f(x) = \begin{cases} x+1-1 & , x+1 \geq 0 \text{ ise} \\ -1 & , x+1 < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & , x \geq -1 \text{ ise} \\ -1 & , x < -1 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde olur. Bu fonksiyonun grafiği de şu şekilde olur:



Ör.  $-2 \leq x \leq 4$  için  $f(x) = 2x + 3$  ise  $f(|x|)$  in görüntü kümesinin en küçük elemanı nedir?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm:

$$f(|x|) = \begin{cases} f(x) & , x \geq 0 \text{ ise} \\ f(-x) & , x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

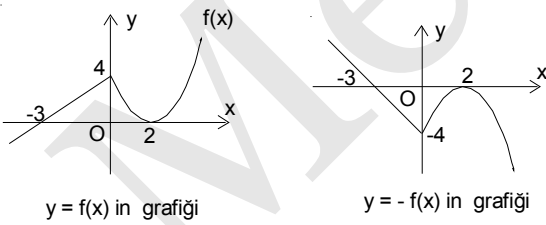
$$x \geq 0 \text{ ise } f(|x|) = f(x) = 2x + 3$$

$$x < 0 \text{ ise } f(|x|) = f(-x) = -2x + 3$$

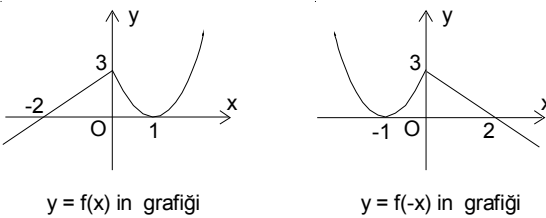
$$x = 4 \Rightarrow f(4) = 11 \text{ ve } x = 0 \Rightarrow f(0) = 3$$

Görüntü kümesi  $[3, 11]$  dir.

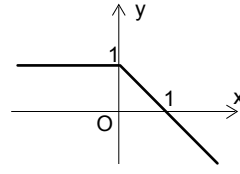
Ör.



Ör.



Ör.



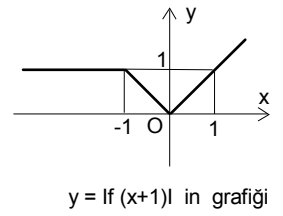
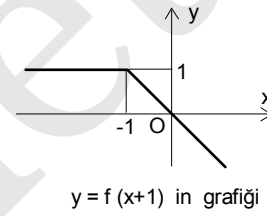
Yandaki grafik  $y = f(x)$  in grafiğidir. Buna göre  $y = f(x+1)$  ve  $y = |f(x+1)|$  in grafiği nedir?

Çözüm:

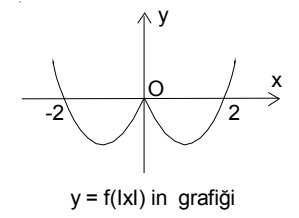
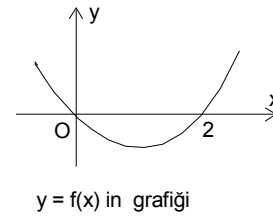
$$y = \begin{cases} 1-x & , x \geq 0 \text{ ise} \\ 1 & , x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

x yerine  $x+1$  yazılırsa,

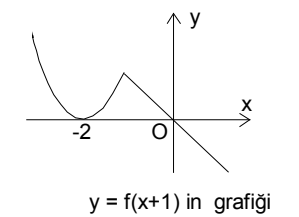
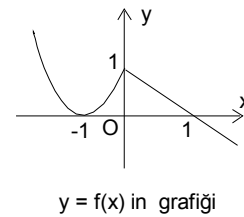
$$y = \begin{cases} -x & , x \geq -1 \text{ ise} \\ 1 & , x < -1 \text{ ise} \end{cases}$$



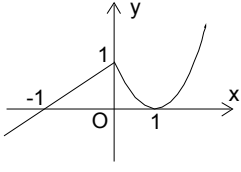
Ör.



Ör.



Ör.



Grafiği verilen  
fonksiyon nedir?

A)  $\begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0 \\ x + 1, & x < 0 \end{cases}$

B)  $\begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x + 1, & x < 0 \end{cases}$

C)  $\begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 0 \\ x+1, & x < 0 \end{cases}$

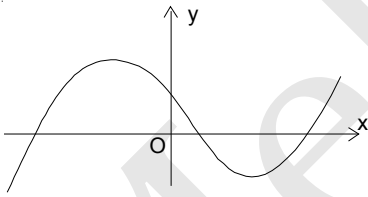
D)  $\begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 0 \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$

E)  $\begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 0 \\ x-2, & x < 0 \end{cases}$

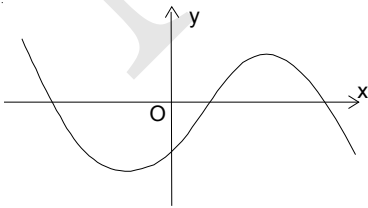
### 3.DERECEDEN FONKSİYONLARDA ÖZELLİKLER

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  fonksiyonlarının grafikleri,

1.  $a > 0$  ise



2.  $a < 0$  ise

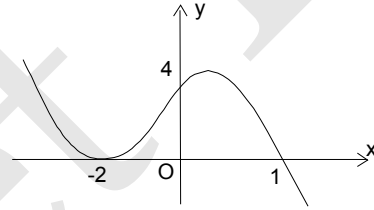


biçimindedir. Teğet olma ve x eksenini kesme durumları 2.dereceden fonksiyonlarda olduğu gibidir.

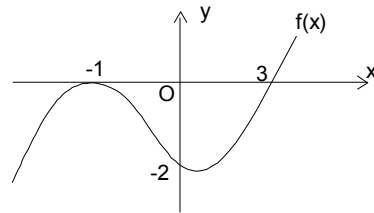
Ör.  $f(x) = -(x-1)(x+2)^2$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:

- $x^3$  ün katsayısı negatif olduğundan grafik 2. tiptedir.
- $x=0$  için  $f(0) = 4$   
 $y=0$  için  $x=1$  ve  $x=-2$
- $(x+2)^2$  ifadesini çarpan olarak bulunduyor. Öyleyse  $x=-2$  de x eksenine teğettir.



Ör.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonunun denklemini nedir?

Çözüm:

- Fonksiyon 3. derecedendir.
- $a > 0$  olmalıdır.
- $(x+1)^2$  ve  $(x-3)$  çarpanlarını bulundurun.
- $(0, -2)$  noktası fonksiyonu sağlar.  
 $f(x) = a \cdot (x+1)^2 \cdot (x-3)$  ise  $-2 = a \cdot (-3)$

Buradan  $a = \frac{2}{3}$  bulunur.  $f(x) = \frac{2}{3} \cdot (x+1)^2 \cdot (x-3)$  olur.